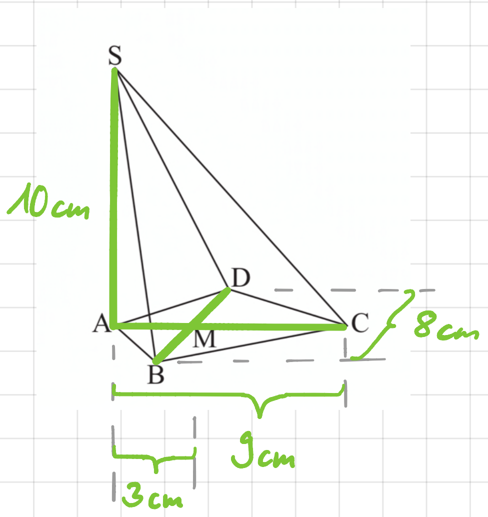
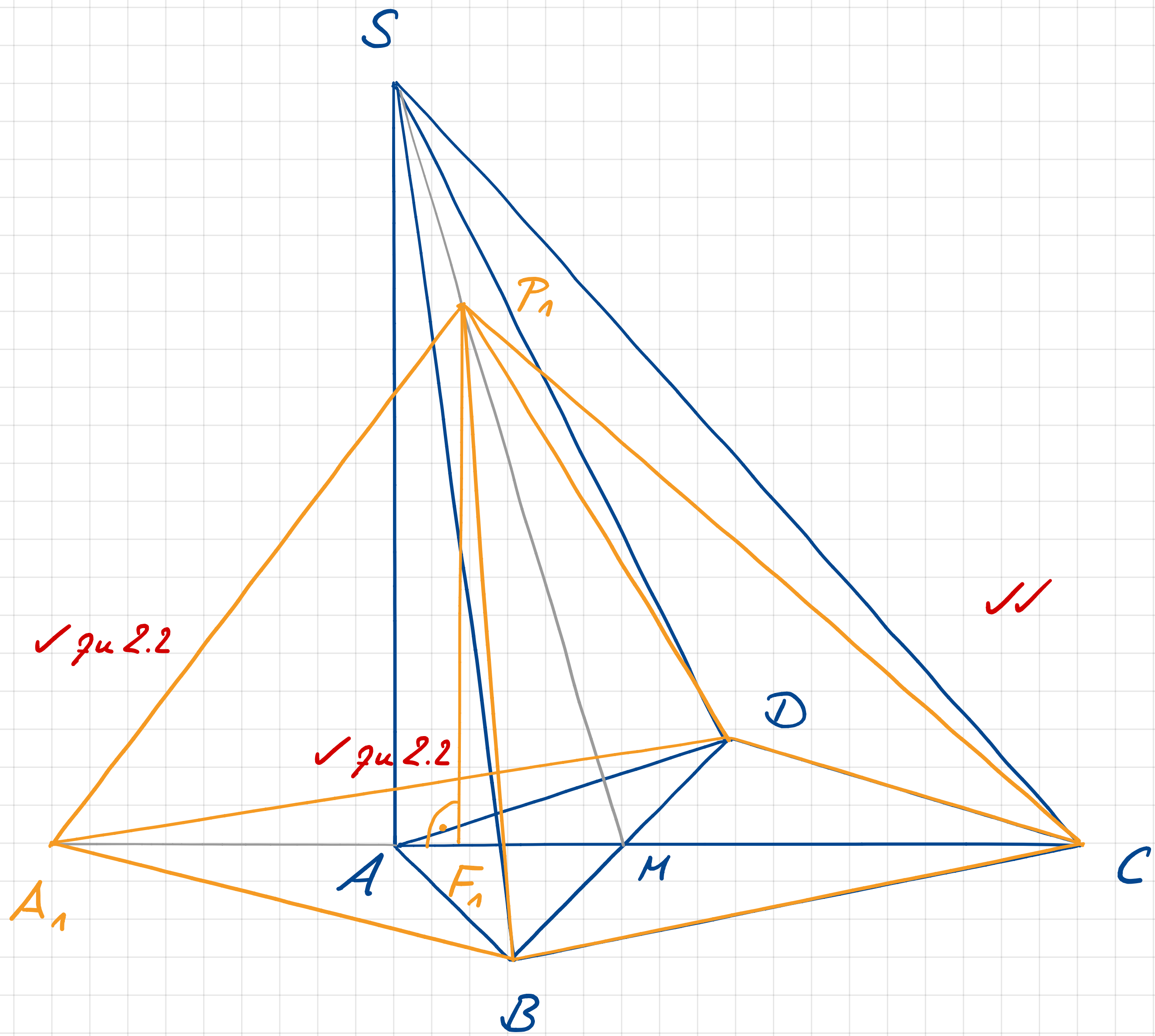
AP MII 2019 HT - B2 - Lösungsmuster

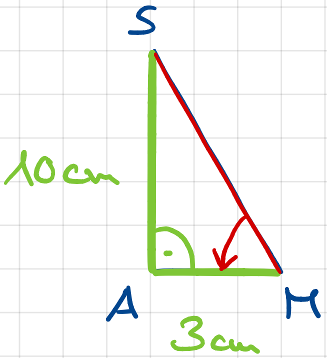
2.1 Skizze:



$q = 0{,}5$; $\omega = 45°$



- **Betrachte $\triangle AMS$**



$$\overline{MS} = \sqrt{10^2 + 3^2}\ \text{cm}$$
$$= \underline{\underline{10{,}44\ \text{cm}}}$$

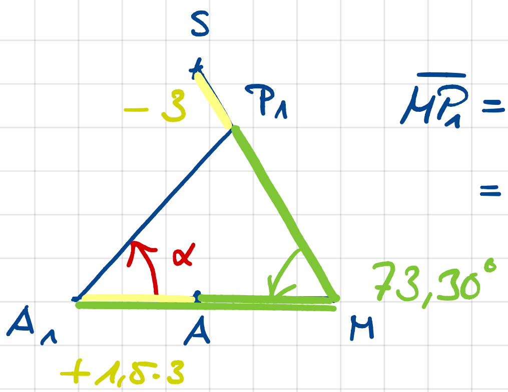
- $\tan\varphi = \dfrac{10\,\text{cm}}{3\,\text{cm}}$; $\varphi = \tan^{-1}\left(\dfrac{10}{3}\right) = \underline{\underline{73{,}30°}}$

2.2 Einzeichnen der Pyramide A_1BCDP_1 für $x = 3$

Einzeichnen der Höhe $[P_1F_1]$

2.3 **Betrachte $\triangle A_1MP_1$**

(nicht rechtwinklig → Sinus- / Kosinussatz)



- $\overline{MP_1} = \overline{MS} - x$
$$= (10{,}44 - 3)\ \text{cm} = 7{,}44\ \text{cm}$$

$$\overline{A_1M} = \overline{AM} + 1{,}5x = (3 + 1{,}5 \cdot 3)\,\text{cm} = 7{,}5\,\text{cm}$$

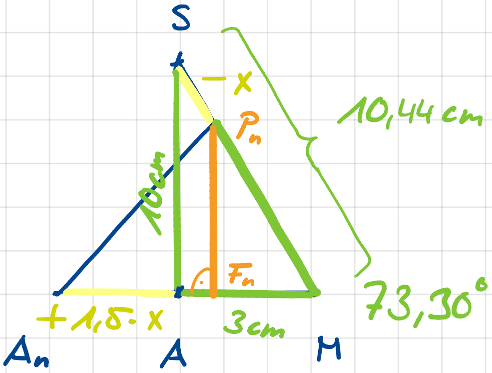
- $\overline{A_1P_1} = \sqrt{7{,}5^2 + 7{,}44^2 - 2 \cdot 7{,}5 \cdot 7{,}44 \cdot \cos 73{,}30°}\ \text{cm} = 8{,}92\ \text{cm}$

- $\dfrac{\sin\alpha}{7{,}44\,\text{cm}} = \dfrac{\sin 73{,}30°}{8{,}92\,\text{cm}} \quad \Big|\cdot 7{,}44 \ \Big|\sin^{-1}$

eindeutig, weil der geg. Winkel der größeren Seite gegenüber liegt

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{\sin 73{,}30°}{8{,}92\,\text{cm}} \cdot 7{,}44\,\text{cm}\right) = \underline{\underline{53{,}03°}}$$

2.4 Betrachte ΔA_1MP_1



$$\overline{A_nM} = \overline{AM} + 1{,}5x$$

Idee:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h$$

Grundfläche ist ein Drachenviereck mit den Diagonalen $[A_nC]$ und $[BD]$
(veränderlich) (fest)

Höhe $[P_nF_n]$ ist veränderlich: Vierstreckensatz im ΔAMS

- $$\frac{\overline{P_nF_n}}{10\,cm} = \frac{(10{,}44 - x)\,cm}{10{,}44\,cm} \quad | \cdot 10\,cm$$

$$\overline{P_nF_n} = \frac{(10{,}44-x)\,cm \cdot 10\,\cancel{cm}}{10{,}44\,\cancel{cm}} = 0{,}96 \cdot (10{,}44 - x)\,cm$$

$$= (10{,}02 - 0{,}96x)\,cm$$

↑ eigentlich: 10; Abweichung ergibt sich durch Runden

alternativ mit Sinus im ΔF_nMP_n:

$$\sin 73{,}30° = \frac{\overline{P_nF_n}}{(10{,}44 - x)\,cm}$$

$$\overline{P_nF_n} = \underbrace{\sin 73{,}30°}_{0{,}96} \cdot (10{,}44 - x)\,cm$$

- $$A_G = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nC} \cdot \overline{BD} = \frac{1}{2} \cdot (9 + 1{,}5x) \cdot 8\,cm^2$$

- $$V = \frac{1}{3} \cdot A_G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (9 + 1{,}5x) \cdot 8 \cdot (10 - 0{,}96x)\,cm^3$$

$$= (3 + 0{,}5x) \cdot (40 - 3{,}84x)\,cm^3$$

$$= \underline{\underline{(-1{,}92x^2 + 8{,}48x + 120)\,cm^3}}$$

2.5 $V(x) = (-1{,}92x^2 + 8{,}48x + 120)\,cm^3$

- $a = -1{,}92$
  $b = 8{,}48$
  $c = 120$

Formel für Scheitelpunkt (vgl. FS)

$$V_{max} = c - \frac{b^2}{4a}$$

$$= \left(120 - \frac{8{,}48^2}{4\cdot(-1{,}92)}\right) cm^3 = 129{,}36\,cm^3$$

- Volumen V_0 der ursprünglichen Pyramide $(x=0)$

$$V_0 = 120\,cm^3$$

- $120\,cm^3 \hat{=} 100\,\%$
  $129{,}36\,cm^3 \hat{=} x$

$$x = \frac{129{,}36\,cm^3 \cdot 100\,\%}{120\,cm^3}$$

$$= 107{,}8\,\%$$

$$107{,}8\,\% - 100\,\% = \underline{\underline{7{,}8\,\%}}$$

Das Volumen V_{max} ist um 7,8 % größer als V_0.

2.6 Die Graphen A und C beschreiben nicht das Volumen

Begründung gegen Graph A:
- Maximum ist bei 120 und nicht bei 129,36
- für $x=8$ ist das Volumen 0, die Höhe beträgt jedoch noch 2,32

Begründung gegen Graph C:
- V_0 (für $x=0$) ist nicht bei 120